

10. Übungsblatt zu Theoretische Grundlagen der Informatik im WS 2015/16

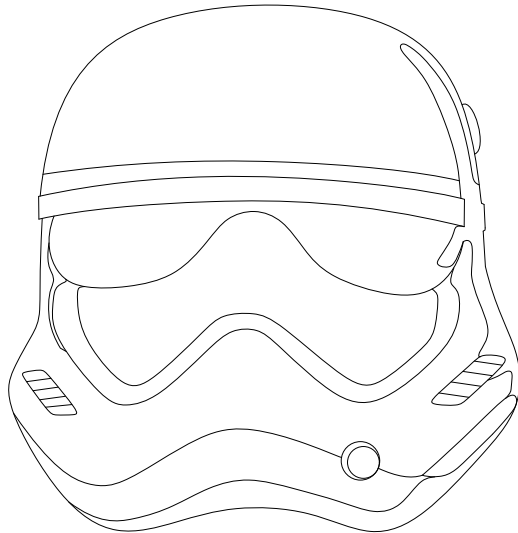
<http://algo2.iti.kit.edu/TGI2015.php>
 {sanders,huebschle,t.maier}@kit.edu

Keine Panik, das letzte abzugebende Blatt war Blatt 8 — Blatt 9 war das Weihnachtsblatt!

Aufgabe 1 (Instanzen NP-vollständiger Probleme, 1 + 2 + 2 Punkte)

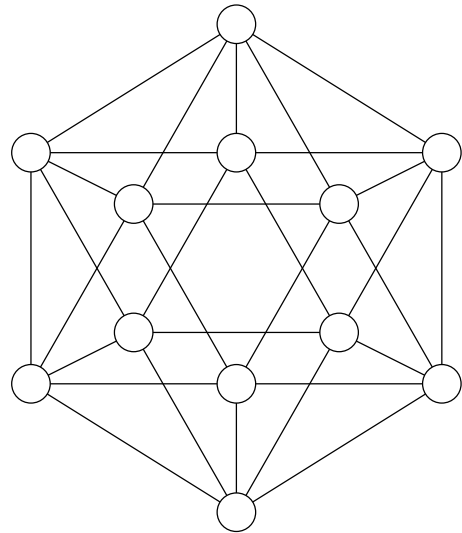
- a) 4-COLOR: gegeben einem Graph, lassen sich die Knoten des Graphen mit 4 Farben so färben, dass keine 2 benachbarten Knoten die selbe Farbe tragen.

Färben sie den gegebenen Flächengraph, mit 4 Farben (keine zwei benachbarten Flächen dürfen die selbe Farbe tragen).



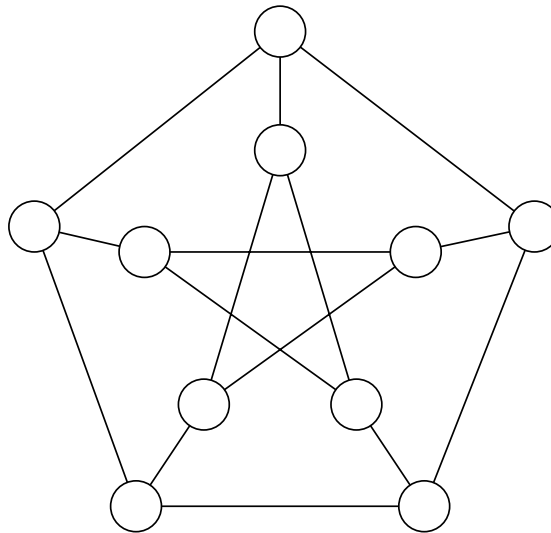
- b) HAMILTONIAN CYCLE: gegeben einem Graph, existiert ein einfacher Zyklus, der jeden Knoten genau einmal besucht (streng genommen wird der Startknoten zwei mal besucht).

Zeichnen sie in dem folgenden Graph zwei Kantendisjunkte Hamilton-Kreise ein.



- c) VERTEX COVER: gegeben einem Graph $G = (V, E)$ und einer Zahl k , existiert eine Knotenmenge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$, so dass jede Kante des Graphen, zu mindestens einem Knoten aus C inzident ist.

Zeichnen sie in dem gegebenen Graphen ein minimales VertexCover ein.



Aufgabe 2 (Reduktionen, 3 + 3 Punkte)

- Geben Sie eine *lineare* Reduktion von **kSUCCESSORS** auf **SORT** an. Dabei ist **SORT** das Sortierproblem über den natürlichen Zahlen. Das Entscheidungsproblem **kSUCCESSORS** fragt ob gegeben einer Menge $M \subset \mathbb{N}$ und einer Zahl $k \in \mathbb{N}$ eine Folge von (mindestens) k aufeinanderfolgenden Zahlen in M existiert. Beispielsweise ist das Problem für $M = \{4, 1, 3, 9, 8, 5\}$ und $k = 3$ lösbar, da $\{3, 4, 5\} \subseteq M$.
- Geben Sie eine *lineare* Reduktion von **SUBSET SUM** auf **KNAPSACK** an. Das Problem **SUBSET SUM** ist folgendermaßen definiert: Gegeben eine Menge von n Gegenständen, habe Gegenstand i das Gewicht $w_i \in \mathbb{N}$. Gegeben sei weiterhin ein Parameter $W \in \mathbb{N}$. Gibt es eine Teilmenge $M \subseteq G$ sodass $\sum_{i \in M} w_i = W$?

Aufgabe 3 (NP, 1 + 1 + 1 + 1 Punkte)

Liegen die folgenden Probleme in NP? Beweisen Sie Ihre Antwort!

- SORT**, das Sortieren einer Menge
- TSP**, das Entscheidungsproblem des Handlungsreisenden.
- SHORTESTPATH**, das Problem des kürzesten Weges. Genauer: Gegeben seien ein Graph $G = (V, E)$, zwei Knoten $s, t \in V$ und eine Maximallänge ℓ . Existiert ein Pfad $p = \langle s, v_1, \dots, v_{n-1}, t \rangle$ in G , sodass die Summe der Kantengewichte auf dem Pfad ℓ nicht überschreitet?
- CFG REGULARITY**, das Regularitätsproblem für kontextfreie Grammatiken. Gegeben sei eine kontextfreie Grammatik G über dem Alphabet Σ , ist $L(G)$ eine reguläre Sprache?

Ausgabe: Mittwoch, 6.1.2016

Abgabe: Freitag, 15.1.2016, 12:30 im Briefkasten im Untergeschoss von Gebäude 50.34