

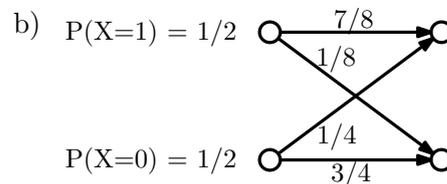
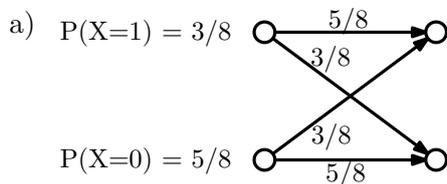
14. Übungsblatt zu Theoretische Grundlagen der Informatik im WS 2015/16

<http://algo2.iti.kit.edu/TGI2015.php>
 {sanders,gog,huebschle,t.maier}@kit.edu

Freiwilliges Zusatzblatt, keine Abgabe, keine Korrektur!

Aufgabe 1 (Verrauschter Kanal, 3 + 4 Punkte)

Berechnen Sie in den folgenden Szenarien die Entropie beim Sender und beim Empfänger. Berechnen Sie außerdem die verloren gegangene Information $H(X|Y)$, die falsch erhaltene Information $H(Y|X)$, und die Transinformation $I(X;Y)$. Betrachten Sie die folgenden Szenarien:



Aufgabe 2 (Fehlerkorrigierende Codes, 3 Punkte)

In den Folien über Kreuzsicherung (Folie 53) wurde nicht gesagt, wie sich das unterste rechte Bit der Matrix berechnet. Es ist weder Teil der Daten noch der Längs- oder Querparität und ist daher noch nicht belegt. Wie muss es berechnet werden, damit jeder dreifache Fehler gefunden werden kann? Geben Sie ein Beispiel an, bei dem ein dreifacher Fehler in einem kreuzgesicherten Code *ohne* dieses Bit nicht erkannt werden kann.

Aufgabe 3 (Vergleich verschiedener Kompressionsverfahren, 1 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Wir wollen Schwarz-Weiß-Bilder (bspw. Faxe) komprimieren, und wissen, dass im Schnitt etwa eines von 16 Pixeln schwarz und die anderen 15 weiß sind. In diesem Modell wollen wir jetzt untersuchen, wie hoch die Kompression verschiedener Verfahren ist. Wir betrachten das Bild dazu als Folge von Nullen und Einsen, wobei eine Null einem weißen und eine 1 einem schwarzen Pixel entspricht (wir können auch *s* und *w* schreiben). Wie viele Bits verwenden die folgenden Verfahren im Schnitt pro Pixel? Was ist die Entropie der Quelle? Ignorieren Sie Randfälle am Ende des Worts.

- Huffman-Coding
- Blocked Huffman Coding mit Blockgröße 2
- Blocked Huffman Coding mit Blockgröße 3
- Elias-Fano-Coding der Positionen der schwarzen Bits

Hinweis: Elias-Fano-Coding ist auch mit $m \lceil \log \frac{n}{m} \rceil + 2m + o(m)$ Bits möglich. Die vereinfachte Version in der Vorlesung verwendet $3m$ Bits für den mittleren Term. Tatsächliche Implementierungen verwenden dafür aber nur $2m$ Bits. Nehmen Sie hier die bessere Schranke an.

Aufgabe 4 (Wissensfragen, 6 Punkte)

Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie kurz.

Aussage	Wahr	Falsch	Begründung
Die Entropie einer Quelle kann nie größer als 1 werden			
$\frac{1}{\log_{\sqrt{a}}(b^2)} = \frac{1}{4} \log_b a$			
Ein Code, der die Kraft-McMillan-Ungleichung erfüllt, ist eindeutig dekodierbar			
Für Alphabetgröße n wächst die maximale Länge des Huffman-Codes eines Zeichens strikt langsamer als n , liegt also in $o(n)$			
Wenn für ein Alphabet der Größe n und Codelängen ℓ_i gilt: $\sum_{i=1}^n 2^{-\ell_i} \leq 1$, dann gibt es einen Präfixcode mit diesen Codelängen			
Für eine fixe Instanz ist die durchschnittliche Codelänge aller Shannon-Fano-Codes gleich			

Ausgabe: Mittwoch, 3.2.2016**Abgabe:** keine Abgabe, keine Korrektur