Karlsruher Institut für Technologie

1. Übung – TGI

Lorenz Hübschle-Schneider, Tobias Maier

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK, PROF. SANDERS

Organistorisches

- **Tutorium 9 (Alexander Noe) findet in Raum –120 statt**
  (nicht Raum –107)
- Übungsblätter dürfen nur handschriftlich abgegeben werden.
- Es gibt keinen Übungsschein.
  Aber: die Saalübung ist klausurrelevant.

Übungsblattabgabe

4

Tutoriumsnummer oben rechts!

…wir haben heute morgen schon Abgaben ohne Tutoriumsnummer im Abgabekasten gefunden.

Induktion

Worüber kann eine vollständige Induktion geführt werden?

- Wortlänge
  - Beispiel: VL Kapitel 1.1, Folie 16ff
- Ableitungsschritte
  - Gesamtanzahl der Ableitungsschritte
  - Einzelne Schritte
  - Beispiel: VL Kapitel 1.1 Folie 20f, 1. Tutorium
- Endliche Teilfolgen einer totalen Ordnung
  - Beispiel: VL Kapitel 1.1 Folie 26ff

Induktionstechniken

- ersten oder letzten Ableitungsschritt betrachten?
- größerer Induktionsanfang
  - in IV auf n und $n-1$ zurückgreifen
- stärkere Induktionsvoraussetzung
- Worte aufspalten

Chomsky-Hierarchie

Zu welcher Klasse gehören folgende Grammatiken? Welche Sprachen erkennen sie?

$$G_i = (V = \{S, A, B, C\}, \Sigma = \{a, b, c\}, P_i, S)$$

- $P_1 = \{S \rightarrow aAbc \mid abc, \;\; A \rightarrow aAbC \mid abC, \;\; Cb \rightarrow bC, \;\; Cc \rightarrow cc\}$

Chomsky-Hierarchie

Zu welcher Klasse gehören folgende Grammatiken? Welche Sprachen erkennen sie?

$$G_i = (V = \{S, A, B, C\}, \Sigma = \{a, b, c\}, P_i, S)$$

- $P_1 = \{S \rightarrow aAbc \mid abc,\ \ A \rightarrow aAbC \mid abC,\ \ Cb \rightarrow bC,\ \ Cc \rightarrow cc\}$
  - Typ 1, da $Cb \notin V \Rightarrow$ nicht kontextfrei
  - $L(G_1) = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Chomsky-Hierarchie

Zu welcher Klasse gehören folgende Grammatiken? Welche Sprachen erkennen sie?

$$G_i = (V = \{S, A, B, C\},\ \Sigma = \{a, b, c\},\ P_i,\ S)$$

- $P_1 = \{S \rightarrow aAbc \mid abc,\ \ A \rightarrow aAbC \mid abC,\ \ Cb \rightarrow bC,\ \ Cc \rightarrow cc\}$
  - Typ 1, da $Cb \notin V \Rightarrow$ nicht kontextfrei
  - $L(G_1) = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $P_2 = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aB \mid b \mid bA,\ \ A \rightarrow aB \mid b \mid bA,\ \ B \rightarrow bA \mid b\}$

Chomsky-Hierarchie

Zu welcher Klasse gehören folgende Grammatiken? Welche Sprachen erkennen sie?

$G_i = (V = \{S, A, B, C\},\ \Sigma = \{a, b, c\},\ P_i,\ S)$

- $P_1 = \{S \to aAbc \mid abc,\ \ A \to aAbC \mid abC,\ \ Cb \to bC,\ \ Cc \to cc\}$
  - Typ 1, da $Cb \notin V \Rightarrow$ nicht kontextfrei
  - $L(G_1) = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

- $P_2 = \{S \to \varepsilon \mid aB \mid b \mid bA,\ \ A \to aB \mid b \mid bA,\ \ B \to bA \mid b\}$
  - Typ 3: $\forall_{\ell \to r \in P_2}\colon \ell \in V \wedge r \in \Sigma \cup \Sigma V \Rightarrow$ regulär
  - $L(G_2) = \{w \in \{ab, b\}^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (nach jedem a kommt ein b)

Chomsky-Hierarchie

Karlsruher Institut für Technologie

Zu welcher Klasse gehören folgende Grammatiken? Welche Sprachen erkennen sie?

$G_i = (V = \{S, A, B, C\}, \Sigma = \{a, b, c\}, P_i, S)$

- $P_1 = \{S \rightarrow aAbc \mid abc,\ \ A \rightarrow aAbC \mid abC,\ \ Cb \rightarrow bC,\ \ Cc \rightarrow cc\}$
  - Typ 1, da $Cb \notin V \Rightarrow$ nicht kontextfrei
  - $L(G_1) = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $P_2 = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aB \mid b \mid bA,\ \ A \rightarrow aB \mid b \mid bA,\ \ B \rightarrow bA \mid b\}$
  - Typ 3: $\forall_{\ell \rightarrow r \in P_2}: \ell \in V \wedge r \in \Sigma \cup \Sigma V \Rightarrow$ regulär
  - $L(G_2) = \{w \in \{ab, b\}^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (nach jedem a kommt ein b)
- $P_3 = \{S \rightarrow bS \mid aAaS \mid b \mid aAa,\ \ A \rightarrow bA \mid b\}$

Chomsky-Hierarchie

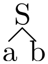
Zu welcher Klasse gehören folgende Grammatiken? Welche Sprachen erkennen sie?

$G_i = (V = \{S, A, B, C\}, \Sigma = \{a, b, c\}, P_i, S)$

- $P_1 = \{S \rightarrow aAbc \mid abc, \quad A \rightarrow aAbC \mid abC, \quad Cb \rightarrow bC, \quad Cc \rightarrow cc\}$
  - Typ 1, da $Cb \notin V \Rightarrow$ nicht kontextfrei
  - $L(G_1) = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $P_2 = \{S \rightarrow \varepsilon \mid aB \mid b \mid bA, \quad A \rightarrow aB \mid b \mid bA, \quad B \rightarrow bA \mid b\}$
  - Typ 3: $\forall_{\ell \rightarrow r \in P_2}: \ell \in V \wedge r \in \Sigma \cup \Sigma V \Rightarrow$ regulär
  - $L(G_2) = \{w \in \{ab, b\}^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (nach jedem a kommt ein b)
- $P_3 = \{S \rightarrow bS \mid aAaS \mid b \mid aAa, \quad A \rightarrow bA \mid b\}$
  - Typ 2, da $\forall_{\ell \rightarrow r \in P_3}: \ell \in V$ aber $aAaS \notin \Sigma \cup \Sigma V$
  - $L(G_3) = \{w \in \{a, b\}^+ \mid n_a(w) = 2k, k \in \mathbb{N}_0\}$

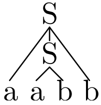
Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Ableitungsbaum



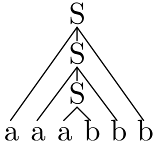
$$P = \{ \quad S \rightarrow aSb \mid ab \quad \}$$

Ableitungsbaum



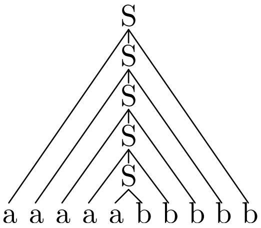
$$P = \{ \quad S \rightarrow aSb \mid ab \quad \}$$

Ableitungsbaum



$$P = \{ \quad S \rightarrow aSb \mid ab \quad \}$$

Ableitungsbaum



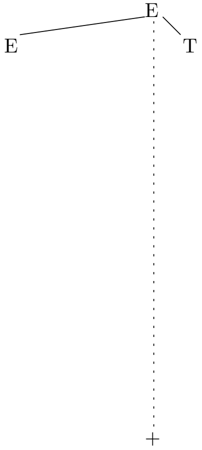
$$P = \{ \quad S \rightarrow aSb \mid ab \quad \}$$

Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

E

Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

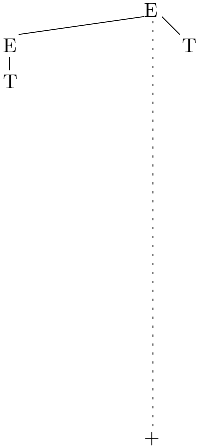
$\mathrm{E} \rightarrow \mathrm{E+T}$



Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \rightarrow E{+}T$

$E \rightarrow T$

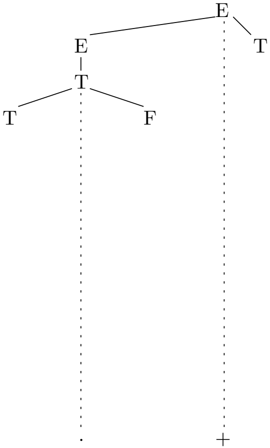


Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \rightarrow E{+}T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T \cdot F$



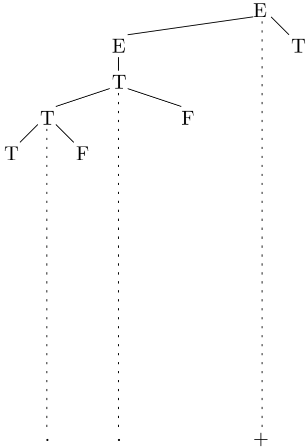
Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \rightarrow E{+}T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow T \cdot F$



Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

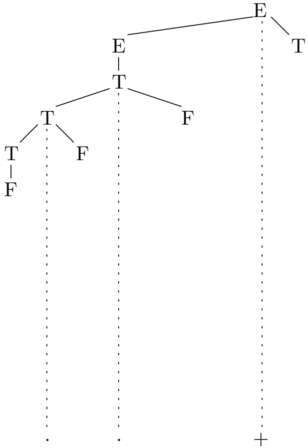
$E \rightarrow E+T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow F$



Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \rightarrow E{+}T$

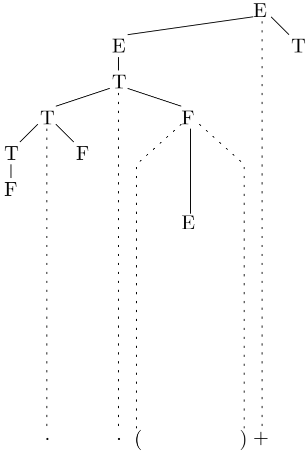
$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow F$

$F \rightarrow (E)$



Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \rightarrow E{+}T$

$E \rightarrow T$

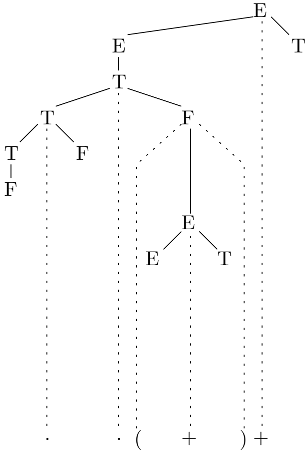
$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow F$

$F \rightarrow (E)$

$E \rightarrow E{+}T$



Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \to E{+}T$

$E \to T$

$T \to T \cdot F$

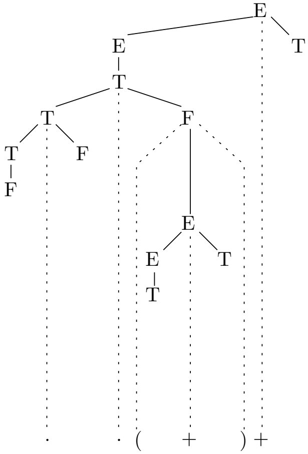
$T \to T \cdot F$

$T \to F$

$F \to (E)$

$E \to E{+}T$

$E \to T$



Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \rightarrow E{+}T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow T \cdot F$

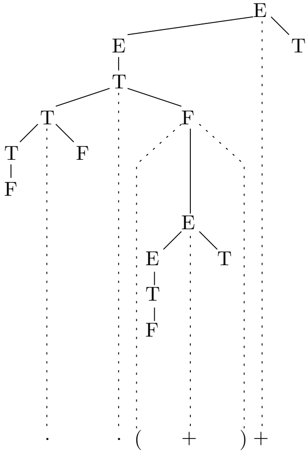
$T \rightarrow F$

$F \rightarrow (E)$

$E \rightarrow E{+}T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow F$



Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \to E{+}T$

$E \to T$

$T \to T \cdot F$

$T \to T \cdot F$

$T \to F$

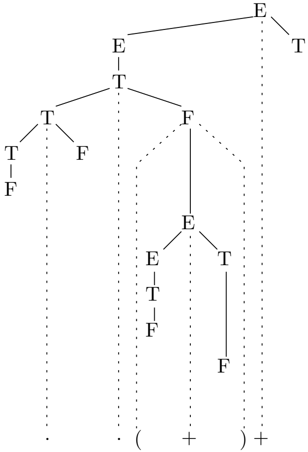
$F \to (E)$

$E \to E{+}T$

$E \to T$

$T \to F$

$T \to F$



Lorenz Hübschle-Schneider, Tobias Maier

Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \to E{+}T$

$E \to T$

$T \to T \cdot F$

$T \to T \cdot F$

$T \to F$

$F \to (E)$

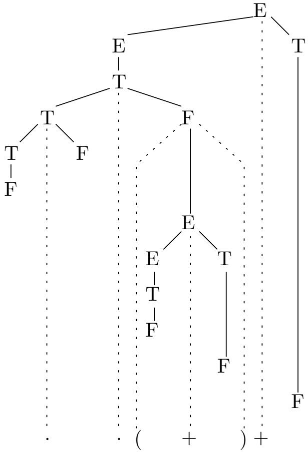
$E \to E{+}T$

$E \to T$

$T \to F$

$T \to F$

$T \to F$



Ableitungsbaum 2 (Bsp. aus VL)

$E \rightarrow E{+}T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow T \cdot F$

$T \rightarrow F$

$F \rightarrow (E)$

$E \rightarrow E{+}T$

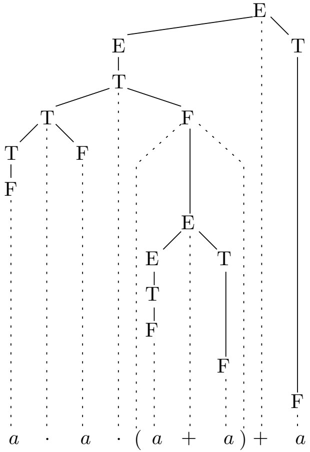
$E \rightarrow T$

$T \rightarrow F$

$T \rightarrow F$

$T \rightarrow F$

$[F \rightarrow a\ ] \times 5$



Lorenz Hübschle-Schneider, Tobias Maier

Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Chomsky-1 Wortproblem

S			

Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

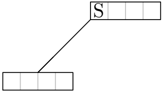
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

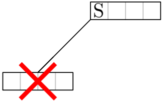
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \rightarrow \varepsilon \mid T,$

$T \rightarrow TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \rightarrow YX,$

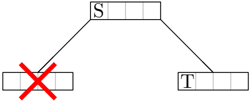
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \rightarrow a,$

$B \rightarrow b,$

$C \rightarrow c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

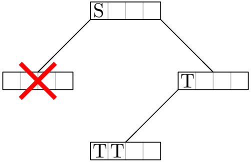
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

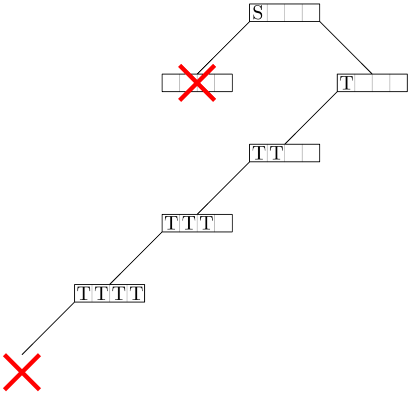
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

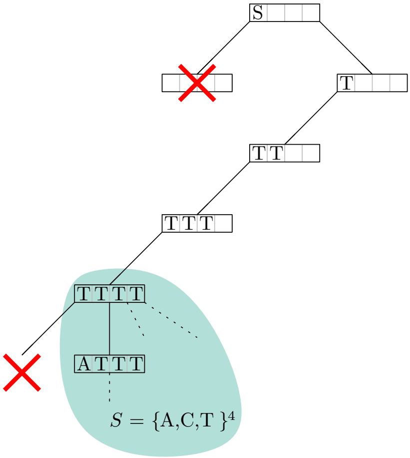
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

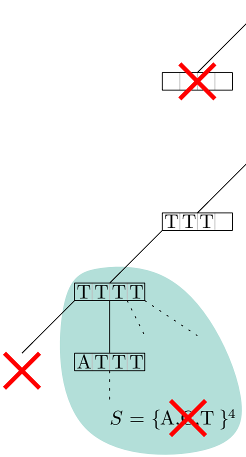
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \rightarrow \varepsilon \mid T,$

$T \rightarrow TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \rightarrow YX,$

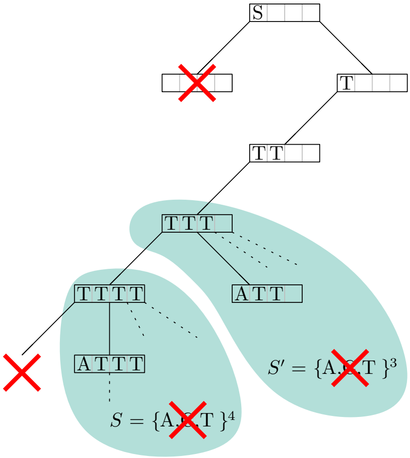
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \rightarrow a,$

$B \rightarrow b,$

$C \rightarrow c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

$X, Y \in \{A, B, C\}$

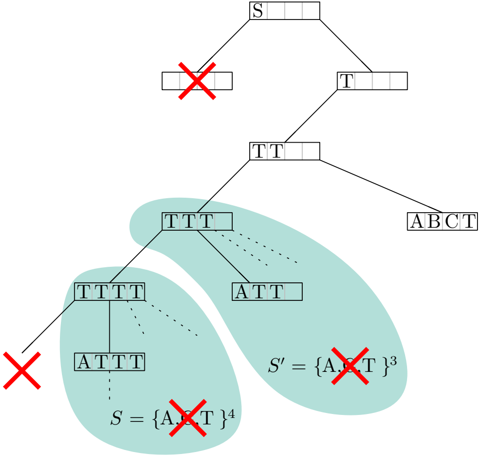
$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

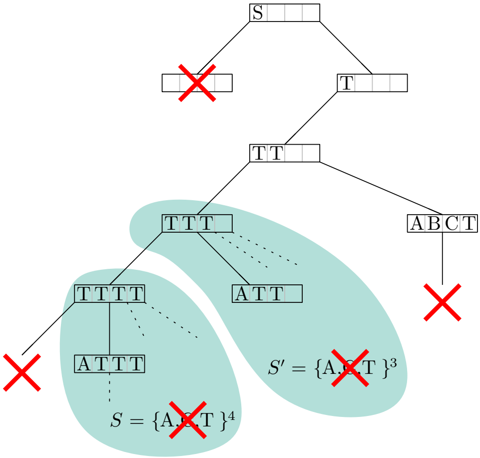
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

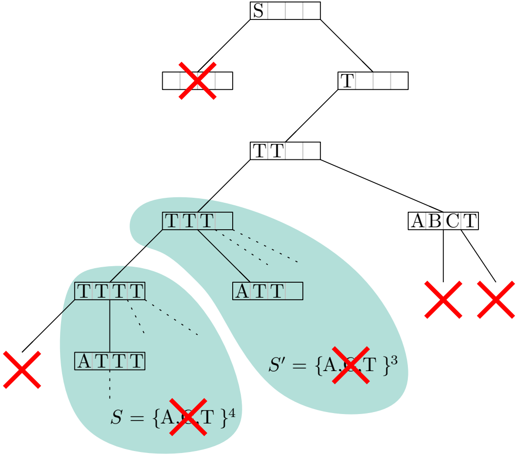
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

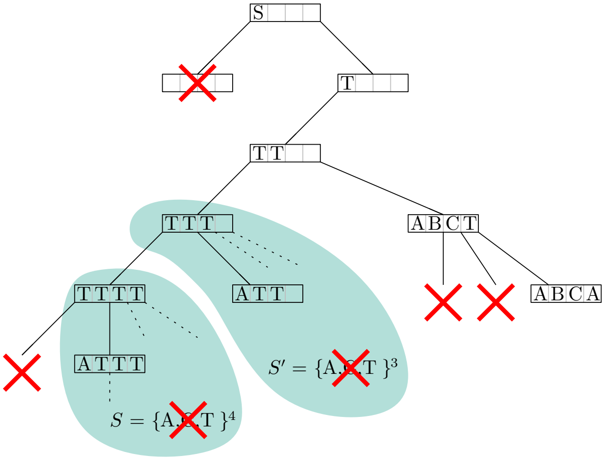
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

$X, Y \in \{A, B, C\}$

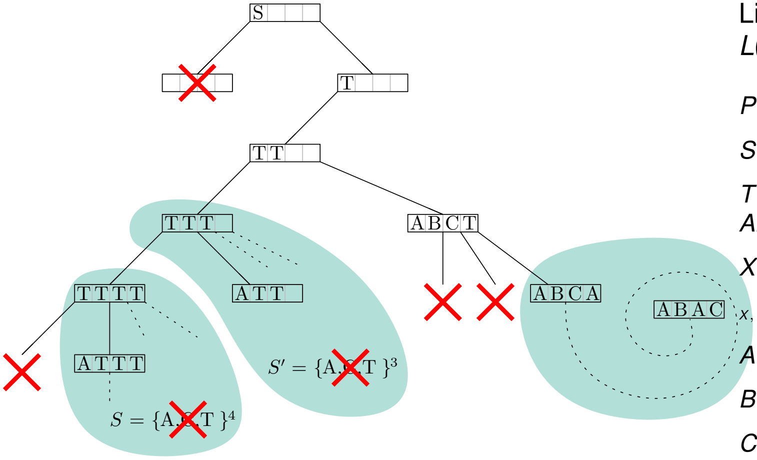
$A \to a,$

$B \to b,$

$C \to c\}$

Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

Chomsky-1 Wortproblem



Liegt *abac* in $L(G_P)$

$P = \{$

$S \to \varepsilon \mid T,$

$T \to TT \mid ABC \mid A \mid C,$

$XY \to YX,$

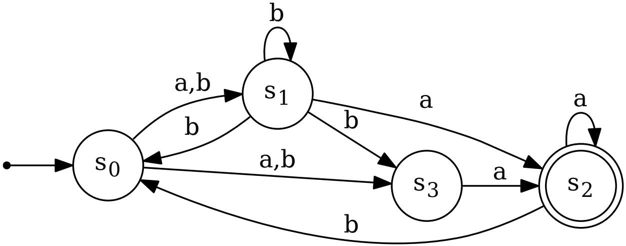
$X, Y \in \{A, B, C\}$

$A \to a,$

$B \to b,$

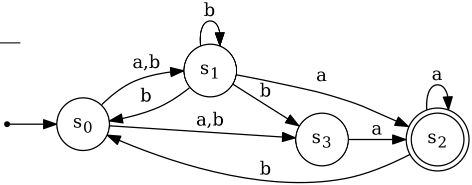
$C \to c\}$

Potenzmengenkonstruktion



Potenzmengenkonstruktion (II)

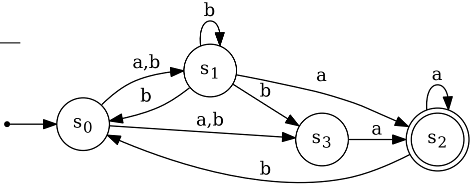
Zustände	a	b
$\{s_0\}$		



Fakultät für Informatik
Institut für Theoretische Informatik

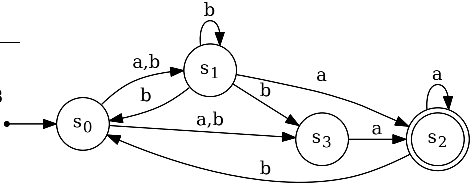
Potenzmengenkonstruktion (II)

Zustände	a	b
$\{s_0\}$	s_1, s_3	s_1, s_3
$\{s_1, s_3\}$		



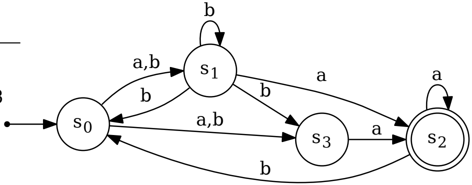
Potenzmengenkonstruktion (II)

Zustände	a	b
$\{s_0\}$	s_1, s_3	s_1, s_3
$\{s_1, s_3\}$	s_2	s_0, s_1, s_3
$\{s_2\}$		



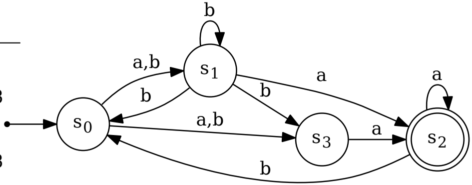
Potenzmengenkonstruktion (II)

Zustände	a	b
$\{s_0\}$	s_1, s_3	s_1, s_3
$\{s_1, s_3\}$	s_2	s_0, s_1, s_3
$\{s_2\}$	s_2	s_0
$\{s_0, s_1, s_3\}$		



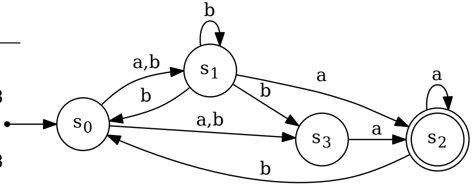
Potenzmengenkonstruktion (II)

Zustände	a	b
$\{s_0\}$	s_1, s_3	s_1, s_3
$\{s_1, s_3\}$	s_2	s_0, s_1, s_3
$\{s_2\}$	s_2	s_0
$\{s_0, s_1, s_3\}$	s_1, s_2, s_3	s_0, s_1, s_3
$\{s_1, s_2, s_3\}$		



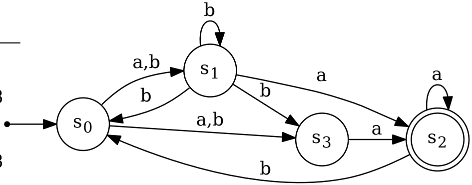
Potenzmengenkonstruktion (II)

Zustände	a	b
$\{s_0\}$	s_1, s_3	s_1, s_3
$\{s_1, s_3\}$	s_2	s_0, s_1, s_3
$\{s_2\}$	s_2	s_0
$\{s_0, s_1, s_3\}$	s_1, s_2, s_3	s_0, s_1, s_3
$\{s_1, s_2, s_3\}$	$s_2,$	s_0, s_1, s_3



Potenzmengenkonstruktion (II)

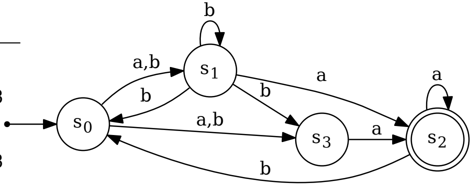
Zustände	a	b
$\{s_0\}$	s_1, s_3	s_1, s_3
$\{s_1, s_3\}$	s_2	s_0, s_1, s_3
$\{s_2\}$	s_2	s_0
$\{s_0, s_1, s_3\}$	s_1, s_2, s_3	s_0, s_1, s_3
$\{s_1, s_2, s_3\}$	$s_2,$	s_0, s_1, s_3



Akzeptierende Zustände:

Potenzmengenkonstruktion (II)

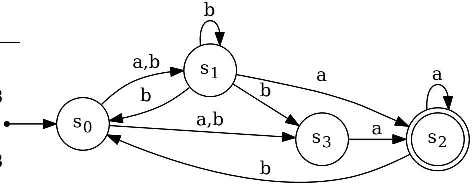
Zustände	a	b
$\{s_0\}$	s_1, s_3	s_1, s_3
$\{s_1, s_3\}$	s_2	s_0, s_1, s_3
$\{s_2\}$	s_2	s_0
$\{s_0, s_1, s_3\}$	s_1, s_2, s_3	s_0, s_1, s_3
$\{s_1, s_2, s_3\}$	$s_2,$	s_0, s_1, s_3



Akzeptierende Zustände: $\{s_2\}, \{s_1, s_2, s_3\}$

Potenzmengenkonstruktion (II)

Zustände	a	b
$\{s_0\}$	s_1, s_3	s_1, s_3
$\{s_1, s_3\}$	s_2	s_0, s_1, s_3
$\{s_2\}$	s_2	s_0
$\{s_0, s_1, s_3\}$	s_1, s_2, s_3	s_0, s_1, s_3
$\{s_1, s_2, s_3\}$	$s_2,$	s_0, s_1, s_3



Akzeptierende Zustände: $\{s_2\}, \{s_1, s_2, s_3\}$