Endlich:
Ein Akronym für das Projekt

FRE$_{\text{quency}}$ A$_{\text{ssignment}}$ K$_{\text{it}}$

7 Optimierungsalgorithmen

- n Sender
- m Kanten im Interferenzgraphen
- k mögliche Kanäle

Entscheidungsproblem vs. Optimierungsproblem

Nur Ja/Nein-Antwort auf die Frage

Gibt es Plan mit $\leq k$ Kanälen?

Genügt – wir können das optimale k mit $\leq \log n$ Fragen finden. (Wie?)

7.1 Generiere und teste

Probiere alle möglichen Pläne

+ Findet die optimale Lösung
– Vorher verlöscht die Sonne (k^n Möglichkeiten)
– Wir kennen keinen wesentlich besseren Algorithmus, der immer die optimale Lösung findet (NP-hart ...)
– Selbst garantiert gute Näherungen sind schwer zu finden

Woher wissen wir das

- Spezialfall Kanalabstand = 1 ist intensiv studiert (Graph-Färben)
- Könnte man Graph-Färben gut approximieren könnte man eine riesige Zahl als schwer bekannter Probleme effizient lösen (NP-vollständige Probleme ...)

7.2 Greedy

7.2.1 Ein positives Beispiel: Minimale spannende Bäume

Gegeben: Ungerichteter Graph (V, E) mit gewichteteten Kanten

- Kanten z.B. Telefonleitungen
- Kantengewicht z.B. Mietkosten der Leitung
- Problem: Finde Teilmenge von Kanten mit minimalen Kosten, so daß alle Knoten (Telefone) erreicht werden

Das ist ein Baum (Warum?)

7.2.2 Frequenzzuteilung

First Fit Heuristik ($\approx$ Faustregel, Verbesserungsmöglichkeit ohne Erfolgsgarantie)

for each Sender **do**
  wähle ersten Kanal,
  der sich mit allen Nachbarn verträgt

Leider gibt das keine optimale Lösung.

Verbesserte Heuristiken

- Sortiere Sender nach Summe seiner Interferenzkantenwerte
- Suche Kanäle in dieser Reihenfolge
- ???

7.3 Randomisierte Suche

(zufälliges Stochern?)

Wähle zufälligen passenden Kanal (bei Entscheidungsproblem). ($\rightarrow$ `random_source` in LEDA)

+ Findet irgendwann optimale Lösung

– Aber auch nicht schneller als Generiere-und-Teste

+ Wenn es viele Lösungen gibt, wird schnell eine gefunden

Viele Varianten denkbar. Beispiel: Greedy aber wähle zufällig den nächsten oder übernächsten passenden Kanal. (Münze werfen)

7.4 Hill Climbing

Grundidee:

while Geduld **do**
  starte „irgendwo“
  while $\exists$ Verbesserungsschritt **do**
    suche einen Verbesserungsschritt
    führe ihn aus

7.4.1 Wo ist irgendwo?

- z.B. zufällig
- Unvollständige Lösung
- Illegale Lösung

7.4.2 Kostenfunktion

- Anzahl benötigter Kanäle (primäres Kriterium) $\rightarrow$ Verbesserungschritte schwer zu finden
- $\sum_{i=1}^{n} f(\texttt{sender[i].channel})$, f monoton steigend (exponentiell?) für positive Werte. groß für -1
- Penalty für verletzte Constraints $\sum_{j=1}^{n} c \cdot \texttt{violated(j)}$, c groß (einziges Kriterium bei Entscheidungsproblem)

7.4.3 Erlaubte Veränderungen

- Ändere Kanal eines Senders
- Kanal ändern + Reparaturversuch bei Fehler

7.5 Lokale-Suche

while Geduld **do**
  starte „irgendwo“
  while $\exists$ „akzeptabler“ Schritt **do**
    mache möglichst vorteilhafte Veränderung
    if beste Lösung bisher **then**
      merken

Es sollte nicht zuviele und nicht zuwenige akzeptable Schritte geben

Beispiele:

- Hill-Climbing
- Zufällige nicht verschlechternde Änderungen + Hill climbing

$\downarrow$ Tabusuche

$\downarrow$ Simulated Annealing

7.6 Tabusuche

$\rightarrow$ Boujou et. al. Tabu Search for Radio Links Frequency Assignment Problem (Handapparat)

- Die k zuletzt betrachteten Sender werden in der *Tabuliste* gespeichert
- Sender in der Tabuliste dürfen nicht verändert werden, außer das führt zu einer Verbesserung

Erlaube nur Veränderungen an Sendern mit annähnernd maximaler Anzahl Interferenzen

7.7 Simulated Annealing

Physikalische Analogie: Perfekte (energieminimale) Kristalle entstehen indem man eine Schmelze langsam abkühlt.

Atome $\approx$ Sender

Energie $E \approx$ Kostenfunktion

Schmelze $\approx$ zufälliger Zustand und zufällige Änderungen

abschrecken $\approx$ Hill Climbing

Akzeptiere Änderung von Energie $E_1 \rightarrow E_2$ mit Wahrscheinlichkeit $e^{-(E_1-E_2)/kT}$

T Temperatur

k ist in der Natur die Boltzmannkonstante (hier OBdA $k = 1$)

Viele Verallgemeinerungen. Grundidee: Akzeptiere Verschlechterungen aber werde langsam restriktiver.

7.8 Genetische Algorithmen

Im Licht des Vorangegangenen:

Mehrere parallele randomisierte lokale Suchen + Kreuzung

7.8.1 Erbinformation für FREAK

Die Kanalinformation der nichtfixierten Sender

7.8.2 Kreuzungsoperatoren für FREAK

Betrachte zwei Eltern l und r

- Wähle zufälligen Sender mit Position (x, y)
- Nimm Kanalinformation von Elter l für Sender an (x', y') mit $x' \leq x$ und Kanalinformation von Elter r für die anderen Sender

Aus Symmetriegründen: Dito für y.

Vorteil: Kinder sind am ehesten lebensfähig, wenn wenige Interferenzkanten zerschnitten werden.